

VÍDEO ANÁLISE DE UM ANÁLOGO MECÂNICO PARA ENSINO DO CONCEITO DE RESISTIVIDADE

Luiz Vitória Fernandes da Silva, Henrique Santiago de Assis, *Alexandre Tadeu Gomes de Carvalho, Álvaro José Magalhães Neves

Departamento de Física/ Universidade Federal de Viçosa - MG, atadeu@ufv.br

Resumo

As analogias envolvem a comparação entre similaridades presentes em domínios de conhecimento diferentes, um conhecido e outro desconhecido, e pode constituir-se em um método eficaz no ensino da Física, tornando conceitos abstratos compreensíveis e críveis. No presente trabalho investigamos a construção e utilização de um análogo mecânico para o ensino do conceito de resistividade elétrica. Usamos, de maneira inédita, a análise de vídeo como ferramenta de coleta de dados; fato que permitiu o uso do análogo mecânico para além de aspectos qualitativos. Com a obtenção de dados quantitativos tornou-se possível o estudo quantitativo de modelos físicos para resistividade, ampliando e consolidando a utilização desta analogia no ensino do conceito desta grandeza. A vídeo análise permitiu visualizar a trajetória da esfera, análoga ao portador de carga, e medir o tempo livre caminho médio. A estrutura construtiva do análogo mecânico evidencia o caráter não localizado da resistência e da resistividade elétrica nos condutores, diferente do análogo hidráulico no qual a resistência é simulada por uma constrição no duto. Esta última sugere localização da resistência elétrica em uma parte do condutor, imagem que acaba por ser reforçada pela utilização da representação esquemática dos circuitos elétricos.

Palavras-chave: Analogia, Modelo de Drude, Resistividade e Resistência

Introdução

O aprendizado da física torna-se mais instigante e agradável se o estudo de um novo fenômeno for comparado a um fenômeno análogo já conhecido. As analogias quando utilizadas como estratégia de ensino podem facilitar a transposição do conhecimento de um domínio conceitual familiar para outro não familiar, alvo.

Neste trabalho descrevemos a construção e testagem de um análogo mecânico para compreensão dos conceitos envolvidos na teoria microscópica da condução elétrica, fenômeno que se dá em escala atômica cuja compreensão por métodos tradicionais. Auxilia na conceituação de corrente elétrica, resistividade, resistência, associação de resistores, gerador e circuito elétrico. Apesar da teoria mais geral para a resistividade requer o uso de conceitos de física quântica e física estatística, o uso da teoria clássica de Drude [1] é suficiente para o Ensino Médio e permite o uso do modelo análogo mecânico, que é absolutamente clássico.

Em busca de explorar aspectos físicos, além dos reportados nas publicações referentes do análogo mecânico da lei de Ohm [2,3,4], realizamos a montagem do arranjo mecânico; que é constituído essencialmente por um plano inclinado no qual pregos são cravado em igual espaçamento, simulando uma rede cristalina. Uma esfera é liberada da parte superior do plano e seu movimento é o análogo ao do elétron em uma rede cristalina. Em nossa abordagem, inovamos ao utilizar um software de análise de vídeo para a coletar de dados experimentais. Esta metodologia

permitiu a visualização da trajetória da bolinha e a determinação do tempo médio de livre caminho, resultados até então não reportados.

Gás de elétrons livres

No ano de 1900, Paul Karl Ludwig Drude propôs um modelo [5,6] para o transporte de carga elétrica nos metais fundamentado na teoria cinética. Considerou o sólido metálico como sendo constituído por um gás de elétrons livres imersos em uma rede cristalina formada por íons fixos. Graças à energia térmica os elétrons podem se mover através do sólido, mesmo na ausência de um campo elétrico aplicado. Admitiu que os elétrons livres não interagissem entre si, entretanto, supôs que estes trocam energia com a rede através de colisões elásticas com centros espalhadores tais como defeitos estruturais, impurezas neutras ou ionizadas ou fônons (aproximação do elétron livre e independente).

Em razão dos espalhamentos o movimento térmico dos elétrons é desordenado, suas velocidades são alteradas tanto em módulo quanto em orientação. À temperatura ambiente, o módulo da velocidade térmica é $v_T \approx 10^6 m/s$. Visto que o movimento dos elétrons é caótico, seu vetor velocidade média é igual à zero, não havendo movimento dirigido ou transporte de carga ou corrente elétrica.

Na presença de um campo elétrico, \vec{E} , os elétrons adquirem uma componente de velocidade na direção deste, denominada velocidade de arraste. Os valores típicos da velocidade de arraste são muito menores que os da velocidade térmica, $v_D \approx 10^{-4} m/s$. Neste caso, o vetor velocidade média do movimento dos elétrons livres não é nulo, dando origem a uma corrente elétrica no sentido oposto ao campo elétrico.

Apesar de sujeitos a uma força elétrica, devido ao campo elétrico, a velocidade dos elétrons alcança um estado estacionário, no qual, em média, a energia cinética que as cargas ganham quando são aceleradas pela ação do campo elétrico é exatamente igual à energia que elas perdem em decorrência das colisões. É então adequada uma descrição probabilística para o gás de elétrons livres imerso em uma rede cristalina povoada de centros espalhadores.

O modelo de Drude permite explicar qualitativamente a lei de Ohm e a dependência da condutividade com a temperatura, bem como os efeitos termoelétricos, mas falha na estimativa da contribuição do gás de elétrons para o calor específico dos metais. Também não explica o aumento da condutividade com a temperatura nem valores positivos para o coeficiente de Hall nos semicondutores [6].

Em 1927, Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld foi o primeiro a aplicar os conceitos da mecânica quântica e da estatística quântica ao gás de elétrons livres. Com isso, várias propriedades do gás de elétrons, não descritas pelo modelo de Drude, puderam ser explicadas, entretanto, o modelo ainda não explica porque alguns sólidos são condutores e outros não! O pressuposto de que os elétrons nos sólidos são livres é equivocada e para responder a estes e outros questionamentos deve-se considerar as interações entre os elétrons de condução e a rede cristalina [6].

A aplicação da teoria quântica ao sólido cristalino deu origem ao que conhecemos como teoria de bandas de energia e ao modelo dos elétrons de Bloch, no qual se considera a interação dos elétrons com o potencial periódico da rede e com os centros espalhadores [6].

O análogo mecânico da resistência e resistividade

O modelo análogo mecânico para a lei de Ohm é aquele em que uma esfera se desloca, sob a influência do campo gravitacional, em uma trajetória permeada de obstáculos de modo que a esfera sofre inúmeras colisões. Tal sistema pode ser materializado por um plano inclinado cravejado de pregos dispostos sobre a superfície em igual espaçamento, simulando uma rede cristalina. Uma esfera é liberada da parte superior do plano e seu movimento é o análogo ao do elétron em uma rede cristalina, conforme representado nas figuras 1.

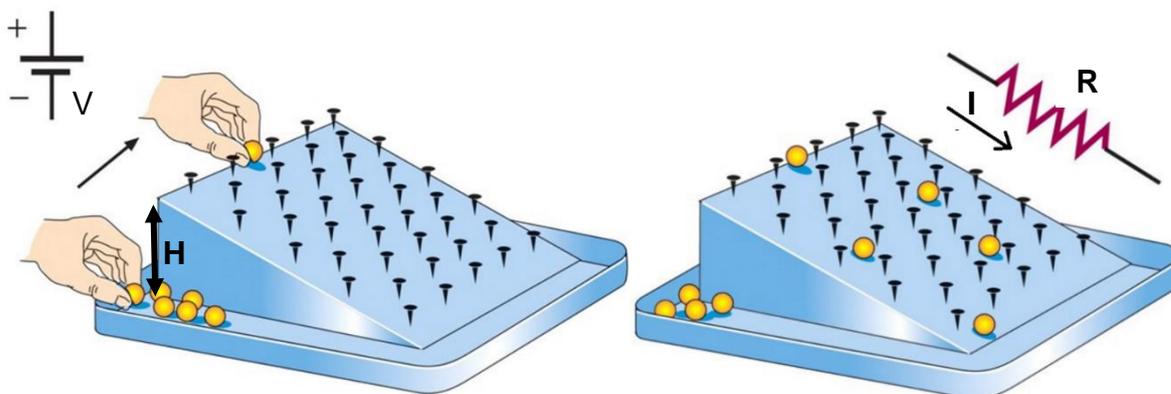


Figura 1 - Plano inclinado cravejado de pregos simulando uma rede cristalina. A altura H do plano é o equivalente à diferença de potencial, V , e o inverso do tempo, $1/\Delta t$, de queda é o equivalente à corrente, I .

A variação da energia potencial gravitacional mgH na queda da esfera, é o análogo à diferença de potencial, V , e a intensidade da corrente elétrica, I , é análoga ao inverso do tempo de queda, $1/t$. Em acordo com o modelo de Drude (aproximação elétron livre e independente), o arranjo não possibilita interações entre esferas, mas possibilita colisões entre a esfera e os obstáculos, pregos, análogo ao espalhamento dos elétrons pelos centros espalhadores. Todavia, no análogo, as colisões são parcialmente inelásticas, diferentemente do modelo de Drude, e a velocidade da esfera imediatamente após a colisão não é aleatória [2,4]. Assim, podemos definir o equivalente Mecânico da lei de Ohm, pela expressão:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{R_m} H$$

Espera-se então que um gráfico $1/t$ versus H seja uma reta cujo inverso da inclinação seja o análogo mecânico da resistência, R_m . Resultados da aplicação do análogo mecânico em sala de aula revelou [7,8] tratar-se de um material potencialmente significativo e que auxiliou os alunos a compor um modelo representativo da teoria microscópica da condução elétrica em metais.

Um outro aspecto deste análogo mecânico, que revelamos [9] e que o diferencia dos demais análogos, está no fato de que, com o auxílio de um software de análise de vídeo, é possível extrair dados numéricos que permitem verificar a lei de Ohm e o efeito da densidade de centros espalhadores sobre a resistividade e resistência. Este último pode ensejar discussões em torno da quantização da carga e da conservação desta.

Nosso arranjo experimental

Duas chapas de isopor, cortadas em formato retangular, 53,0 m x 20,0 cm, com uma das faces cobertas com papel cartão, foram cravejadas com pregos, tipo Ardox (17x33). Os pregos forma dispostos formando uma rede quadrada; uma com espaçamento de 2,0 cm (indicada por D1) e outra de 3,0 cm (indicada por D2). Os lados dos quadrados foram orientados fazendo um ângulo de 45° com os lados das tábuas. Barras de isopor foram coladas nas bordas mais compridas para evitar a fuga da esfera.

Com uma das bordas da chapa apoiada em uma parede, a uma altura H de do tempo de uma mesa onde se apoiava a outra, esferas de vidro eram soltas da borda mais alta, sempre da mesma posição, e descreviam uma trajetória em ziguezague, resultante dos choques com os pregos, até alcançarem a borda inferior. Para cada uma das chapas, foram realizados experimentos para várias alturas e, para cada altura, repetia-se o procedimento pelo menos seis vezes. A cada lançamento a queda da esfera, ao longo da taboa, era filmada com uma câmera com taxa de aquisição de 30 quadros por segundo, ou seja, um quadro gravado a cada 1/30 do segundo.

Para analisar o movimento da esfera utilizamos a versão 4.8.7 do software de código aberto TRACKER desenvolvido por Douglas Brown, de Cabrillo College e lançado no ano de 2008 pela Open Source Physics (OSP), destinado à análise digital de vídeo e modelação em laboratórios e aulas de física [10]. Fizemos uso da função rastreamento de objetos, em que o software rastreia a imagem do objeto ao longo do vídeo, marca e localiza, em cada quadro do vídeo, a posição e o instante de tempo, traçando a trajetória e dando origem a uma tabela de dados, coletados a cada 0,033 segundos [11]. O software permite então determinar o intervalo de tempo gasto pela esfera ao se movimentar do topo até base, Δt , e o número de choques, N , e assim calcular o análogo à corrente, $1/\Delta t$, e o intervalo de tempo médio entre choques, $\Delta t/N$, análogo ao tempo de livre caminho médio. A figura 2 mostra a interface gráfica do software em operação.

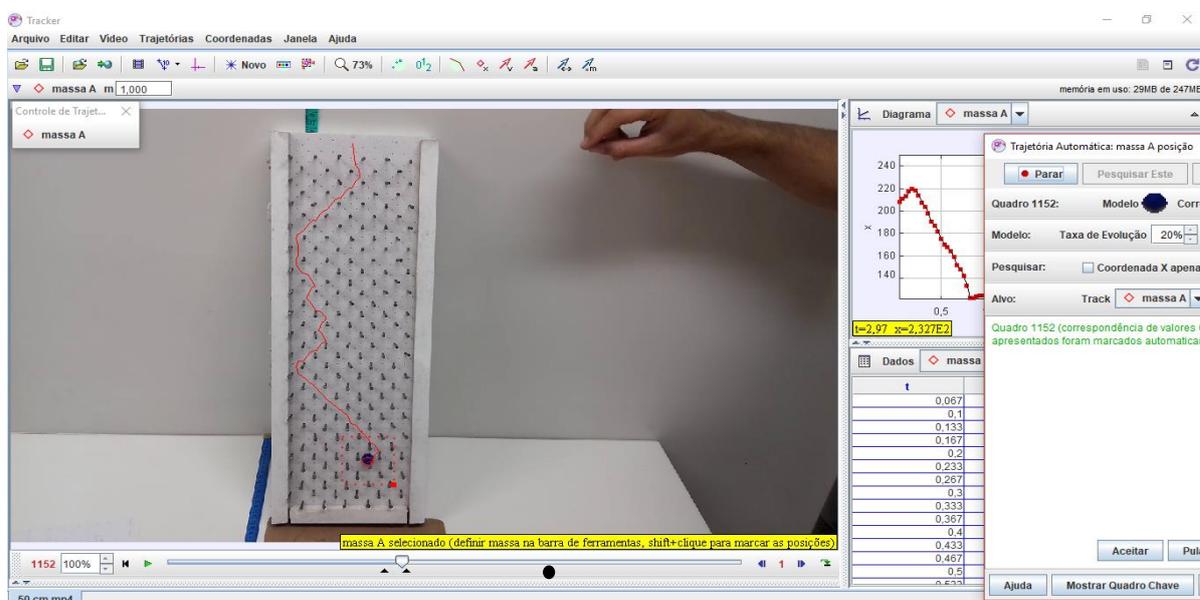


Figura 2 – Vista da interface gráfica do software Tracker onde é possível visualizar a trajetória da esfera, que possibilitou a determinação do número de colisões, e uma coluna de dados da evolução temporal, que permitiu determinar o intervalo de tempo de queda.

O TRACKER oferece uma série de recursos muito eficientes para tratamento dos dados, tais como: a) construção de gráficos a partir das tabelas de dados, b) rastreamentos, manual ou automática das posições da imagem do objeto, c) modelamentos cinemáticos e dinâmicos e d) ajustes de curvas experimentais de funções pré-concebidas.

A ferramenta de busca do TRACKER identifica a esfera pela cor, de modo que objetos de cores parecidas quando próximos podem causar problemas no rastreamento. A esfera foi pintada com esmalte de cor azul para pronunciar o contraste com fundo de cor branca.

Resultados experimentais

Para dez diferentes alturas H realizamos seis lançamentos. Os dados coletados pelo TRACKER permitiram determinar o intervalo de tempo gasto pela esfera ao se movimentar do topo até base, Δt , e o número de choques, N . Foi então possível calcular o análogo à corrente, $1/\Delta t$, e o intervalo de tempo médio entre choques, $\Delta t/N$, análogo ao tempo de livre caminho médio. O gráfico do análogo à corrente, $1/\Delta t$, versus o análogo à diferença de potencial, H , para os dois tipos de rede, D1e D2, está apresentado na figura 3.

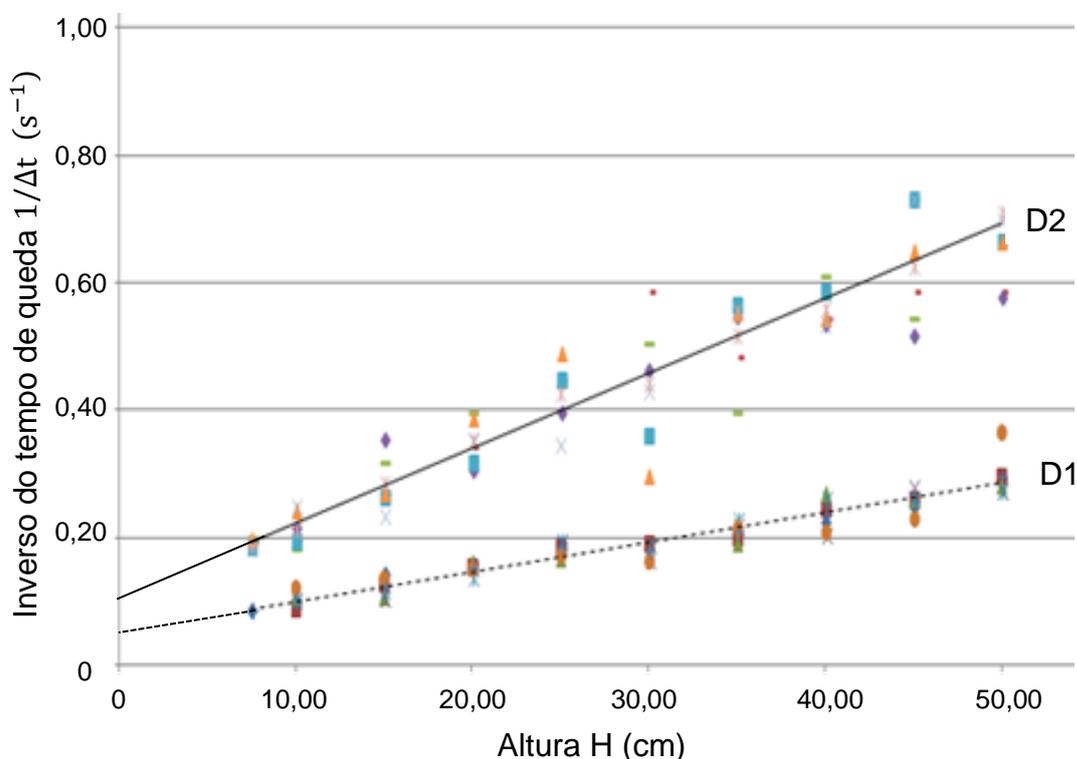


Figura 3 – Gráfico da altura de queda, versus o inverso do tempo total de queda, pela altura, a reta tracejada representa ajuste linear da distribuição obtida para a rede D1 e reta contínua representa ajuste linear da distribuição obtida para a rede D2.

Os pontos experimentais resultantes das medidas realizadas para as duas redes quando ajustados linearmente conduziram às seguintes relações:

$$1/\Delta t = 0,0540 + 0,0046H - \text{para D1}$$

$$1/\Delta t = 0,1060 + 0,0118H - \text{para D2}$$

Comparando o coeficiente angular das últimas equações com a expressão para equivalente mecânico da lei de Ohm é imediato ver que a rede com menor espaçamento é a que apresentou maior R_m , análogo mecânico da resistência. Resultado que está em acordo com o modelo de Drude pois na medida em que o número de centros espalhadores foi reduzido, a inclinação da reta aumentou, isso significa que para a mesma altura o tempo total de percurso da esfera em D2 decresceu e conseqüentemente ocorreu o aumento do inverso do tempo. A luz da analogia, o modelo permite demonstrar que a redução do número de centros espalhadores reduz a resistência e por consequência aumenta a corrente elétrica, corroborando o modelo de condução. Entretanto as últimas equações apresentam um coeficiente linear não nulo. Este resultado foi anteriormente reportado [2,4] e justificado como sendo advindo do fato que as colisões que ocorrem no modelo mecânico não são totalmente inelásticas como assumidas no modelo de Drude. Em nosso arranjo este aspecto se torna evidente pois o isopor não fixa os pregos rigidamente, sendo possível identificar, por vez, deformação permanente no conjunto prego-isopor.

Conclusões

O análogo mecânico para ensino do conceito de resistência e resistividade que investigamos experimentalmente faz o uso de conceitos mecânicos usualmente vistos pelos estudantes antes do estudo da eletricidade. A montagem que apresentamos para o análogo mecânico é de muita simplicidade e de custo ínfimo. A vídeo análise utilizando o TRACKER, software livre, mostrou ser possível extrair dados quantitativos consistentes, que permitem verificar a lei de Ohm e o efeito da densidade de centros espalhadores sobre a resistividade e resistência. A estrutura construtiva do análogo mecânico evidencia o caráter não localizado da resistência e da resistividade elétrica nos condutores.

Este modelo se presta também a representar a associação de geradores e de resistores. O arranjo de dois geradores em série encontra correspondência quando a altura H é dobrada, sem que o comprimento da rampa seja alterado. Dois geradores em paralelo corresponderiam a dois indivíduos, cada um elevando ao mesmo tempo uma esfera até a altura H , ou um indivíduo elevando duas esferas. Duas resistências em série corresponderiam em dobrar o comprimento do plano inclinado, mantendo constante a altura H ; o análogo para duas resistências em paralelo corresponde a dois planos inclinados dispostos lado a lado. Este último arranjo pode oportunizar discussões em torno da quantização da carga e da conservação desta.

Referências

- [1] - REIF, F., **Física Estadística: Berkeley Physics Course** – volume 5. Barcelona: Editorial Reverté S.A., 1969, p.354.
- [2] -TAVARES, M.C.; FONTE BOA, M.; OLIVEIRA, P.M. A mechanical analogy for Ohm's law. **Physics Education**, v.26; p.195-199,1991.
- [3] - BAGNATO, V. S. O análogo mecânico da lei de Ohm. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.16, n. (1-4), p.129-131, 1994.

- [4] - BAGNATO, V. S; RODRIGUES, V. Análogo mecânico para condutividade elétrica dos metais: Efeito da temperatura. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.28, n.1, p.35-39, 2006.
- [5] - NUSSENZVEIG, H.M., **Curso de Física Básica – 3 Eletromagnetismo**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1997, p.106.
- [6] - ASHCROFT, N. W., MERMIN, N. D.; **Física do estado sólido**; São Paulo: Cengage Learning; 2011, p.870.
- [7] - WILLIAN, D.; BRUGNAGO, E.; CARMINATTI, N. L.; BAUMER, A. L.; BELLUCCO, A.; FLORES, T. C. Uma proposta experimental demonstrativa para explicar o modelo de Drude em sala de aula do ensino médio. In: XXI Simpósio Nacional de Ensino de Física, 2015, Uberlândia. **Atas do XXI Simpósio Nacional de Ensino de Física**, 2015.
- [8] - MIRANDA, R. F.; ELLWANGER, A. L.; ORENGO, G. A. teoria microscópica da condução elétrica nos sólidos estudada por meio do análogo mecânico. **VIDYA**, Santa Maria, RS. v. 35, n. 1, p. 121-132, jan./jun., 2015
- [9] - SILVA, L.V.F. **Uso e avaliação de um análogo mecânico para o ensino do conceito de resistividade**.2017. 61f. Monografia de final de curso – Departamento de Física, Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2017.
- [10] - Open Source Physics (OSP) – **TRACKER**. Disponível em: <https://www.compadre.org/osp/>. Acesso em: 23/07/2018.
- [11] - **BASTOS DE JESUS, V.L.B.**; Experiments and Video Analysis in Classical Mechanics, Undergraduate Lecture Notes in Physics. **Suíça: Springer International Publishing AG, 2017, p.191.**